

E201. Badanie układów RL i RC w obwodzie prądu przemiennego

Cel ćwiczenia: Wyznaczenie przesunięcia fazowego w funkcji częstotliwości prądu w szeregowych układach z indukcją własną lub pojemnością; Wyznaczenie indukcji własnej cewki oraz pojemności kondensatora. Zbadanie pasma przenoszenia pasywnych filtrów dolno- i górno-przepustowych. Określenie częstotliwości granicznej filtra.

Przyrządy: Komputer PC z kartą pomiarową NI-PCI6014, oporniki, kondensatory, cewki, przewody elektryczne

Zagadnienia: Prawa przepływu przemiennego prądu elektrycznego w układach zawierających kondensatory i cewki

Oprogramowanie: NI LabVIEW®

Literatura: H. Szydłowski, *Pracownia Fizyczna*, PWN, Warszawa 1989;
Sz. Szczeniowski, *Fizyka Doświadczalna*, PWN, Warszawa 1980

1. Wprowadzenie i metoda pomiaru

Prądem przemiennym nazywamy prąd zmieniający w czasie napięcie i natężenie w taki sposób, że ich wartość średnia w czasie jest równa zero. Prądem przemiennym jest prąd sieci elektrycznej zwany potocznie prądem zmiennym. Napięcie elektryczne można przedstawić w postaci rzeczywistej

$$u(t) = U_m \sin(\omega t) \quad (1)$$

a prąd elektryczny wywołany przez to napięcie odpowiednio w postaci

$$i(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi) \quad (2)$$

gdzie: i – natężenie chwilowe, u – napięcie chwilowe, I_m – natężenie szczytowe, U_m – napięcie szczytowe, $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ – częstością kołową lub pulsacją, f – częstotliwością, T – okresem, φ – różnica faz między napięciem a prądem (przesunięcie

fazowe).

Obwód prądu przemiennego może zawierać zarówno zwykłe oporniki, jak również kondensatory i cewki. Kondensator (o pojemności $C=Q/U$) stanowi przerwę w obwodzie prądu stałego, natomiast przewodzi prąd przemienny. Przewodzenie polega na ładowaniu kondensatora w pierwszym półokresie w jednym kierunku, a w drugim półokresie w kierunku przeciwnym. Napięcie na okładkach kondensatora wynosi

$$u_C(t) = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad (3)$$

Cewka, która jest zwojnicą z drutu miedzianego ma znikomo mały opór dla prądu stałego. W cewce włączonej w obwód prądu przemiennego, zgodnie z prawem indukcji Faraday'a indukuje się siła przeciwelektromotoryczna indukcji własnej

$$E_L = u_L(t) = -L \frac{di(t)}{dt} \quad (4)$$

gdzie L jest **współczynnikiem indukcji własnej**. Siła przeciwelektromotoryczna indukcji własnej spowalnia narastanie i zmniejszanie natężenia prądu chwilowego.

Opór jaki stawia prądowi przemiennemu odbiornik zawierający pojemność elektryczną i indukcję własną nazywa się **zawadą** lub **impedancją** i wyraża się wzorem

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (5)$$

gdzie X nazywane jest **reaktancją**. Wielkość ta określa opór jaki stawiają elementy indukcyjne i pojemnościowe w czasie przepływu prądu przemiennego o określonej częstotliwości kołowej ω . **Reaktancja indukcyjna** cewki wynosi

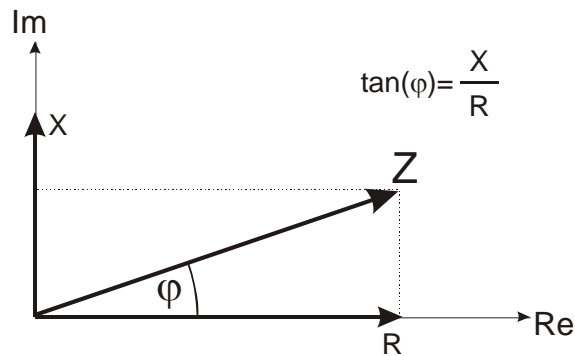
$$X_L = \omega L \quad (6)$$

natomiast reaktancja **pojemnościowa kondensatora** równa jest

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (7)$$

Obecność w obwodzie elementów indukcyjnych lub pojemnościowych powoduje

przesunięcie prądu w fazie względem napięcia. Przesunięcie fazowe wyznaczyć można wprowadzając zespoloną reprezentację zawady Z , w której opór „omowy” R jest oporem rzeczywistym, natomiast reaktancje indukcyjne i pojemnościowe X są oporami urojonymi (Rys. 1)



Rysunek 1 Zespolona reprezentacja zawady Z .

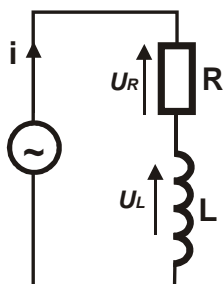
Tangens przesunięcia fazowego wyraża się zatem wzorem

$$\tan(\varphi) = \frac{X}{R} \quad (8)$$

Prawo Ohma, wiążące szczytowe wartości (amplitudy) napięcia i prądu, przybiera w tym przypadku postać:

$$U_m = ZI_m \quad \text{lub} \quad U_m = I_m \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (9)$$

W doświadczeniu interesować nas będą obwody, które oprócz oporu R zawierać będą wyłącznie indukcyjność własną (RL) lub wyłącznie pojemność elektryczną (RC).



Układ RL

Napięcie sinusoidalnie zmienne przyłożone do układu złożonego z opornika o rezystancji R i cewki indukcyjnej o indukcyjności L wywołuje w nim przepływ prądu zmiennego i :

$$i = I_m \sin(\omega t) \quad (10)$$

gdzie I_m jest amplitudą prądu. W wyniku przepływu prądu, spadek napięcia na oporniku R wynosi:

$$u_R = iR = I_m R \sin(\omega t) \quad (11)$$

a na cewce indukcyjnej:

$$u_L = L \frac{di}{dt} = I_m \omega L \cos(\omega t) \quad (12)$$

Zgodnie z II prawem Kirchoffa napięcie całego układu przedstawić można w postaci sumy spadków napięć na wszystkich elementach:

$$u = u_R + u_L = I_m R \left(\sin(\omega t) + \frac{\omega L}{R} \cos(\omega t) \right) = I_m R \left(\sin(\omega t) + \frac{\omega L}{R} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \right) \quad (13)$$

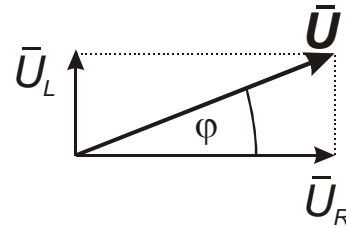
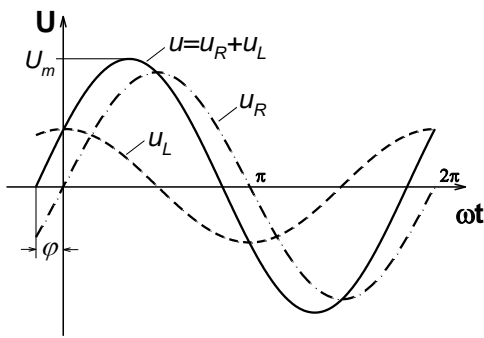
Po dokonaniu przekształceń geometrycznych

$$u = I_m \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \sin(\omega t + \varphi) = U_m \sin(\omega t + \varphi) \quad (14)$$

przy czym

$$\tan(\varphi) = \frac{\omega L}{R} \quad (15)$$

Na poniższych wykresach przedstawione są przebiegi napięciowe i wykres wektorowy przesunięć fazowych dla tych napięć (tzw. wskazów).



$$\begin{aligned} |u_R| &= I_m R \\ |u_L| &= I_m \omega L \\ |u| &= I_m \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \end{aligned}$$

Rysunek 3a. Przebiegi napięcia w układzie RL

Rysunek 3b Wykres wskazowy dla układu RL

Prawo Ohma dla układu przedstawionego na rysunku 2 wyraża się następująco:

$$I = \frac{U_m}{Z}, \quad I = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}, \quad R = R_p + R_L, \quad (16)$$

gdzie R_p jest wartością rezystancji opornika pomiarowego, natomiast R_L jest rezystancją cewki. Spadek napięcia mierzony na oporniku pomiarowym wynosi:

$$U_R = IR_p, \quad (17)$$

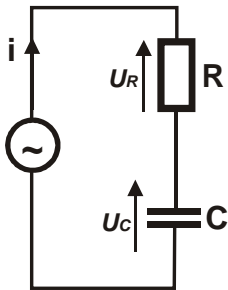
a więc

$$U_R = \frac{U_m}{\sqrt{(R_p + R_L)^2 + \omega^2 L^2}} R_p. \quad (18)$$

Wykonując proste przekształcenie powyższego równania otrzymać można zależność

$$\left(\frac{U_m}{U_R}\right)^2 = \left(\frac{L}{R_p}\right)^2 \omega^2 + \frac{(R_p + R_L)^2}{R_p^2} \quad (19)$$

Równania (15) oraz (19) pozwalają na wyznaczenie wartości indukcyjności cewki L , jeżeli znane są zależności częstotliwościowe przesunięcia fazowego $\tan(\varphi)$ oraz stosunku napięć U_m/U_R .



Układ RC

W przypadku układu RC spadki napięcia na oporniku R i kondensatorze C wynoszą:

$$u_R = iR = I_m R \sin(\omega t) \quad (20)$$

$$u_C = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int i(t) dt = -I_m \frac{1}{\omega C} \cos(\omega t) \quad (21)$$

Całkowite napięcie układu równe jest:

$$u = u_R + u_C = I_m R \sin(\omega t) - I_m \frac{1}{\omega C} \cos(\omega t) = I_m R \sin(\omega t) + I_m \frac{1}{\omega C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (22)$$

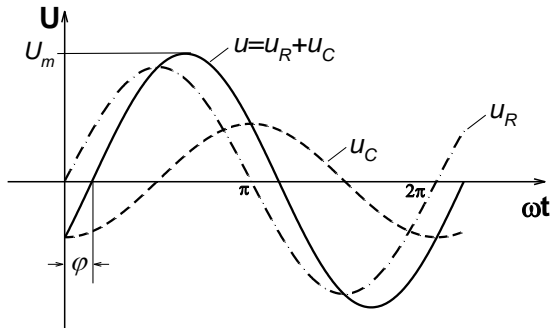
Po przekształceniach otrzymujemy

$$u = I_m \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \sin(\omega t - \varphi) = U_m \sin(\omega t - \varphi) \quad (23)$$

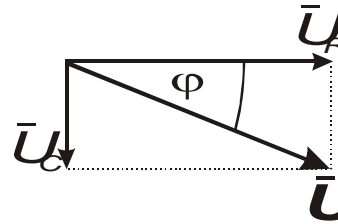
gdzie

$$\tan(\varphi) = \frac{1}{\omega RC} \quad (24)$$

Poniższe rysunki przedstawiają przebiegi napięciowe i wykres wektorowy przesunięć fazowych dla napięć w układzie RC



Rysunek 5a. Przebiegi napięcia w układzie RC



$$|\bar{u}_R| = I_m R$$

$$|\bar{u}_L| = I_m \frac{1}{\omega C}$$

$$|\bar{u}| = I_m \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

Rysunek 5b.

Wykres wskazowy dla układu RC

Prawo Ohma dla układu RC wyraża się następująco:

$$I = \frac{U_m}{Z}, \quad I = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad R \equiv R_p \quad (25)$$

W powyższym przypadku całkowita rezystancja układu określona jest przez wartość opornika pomiarowego R_p , a spadek napięcia mierzony na oporniku pomiarowym wynosi w tym przypadku:

$$U_R = IR_p, \quad U_R = \frac{U_m}{\sqrt{R_p^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} R_p \quad (26)$$

Proste przekształcenie powyższego równania prowadzi do wyrażenia na kwadrat stosunku napięcia zasilającego do spadku napięcia na oporniku pomiarowym:

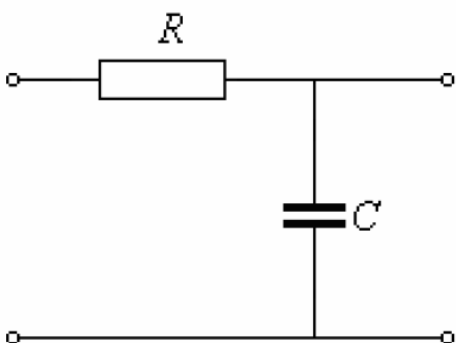
$$\left(\frac{U_m}{U_R}\right)^2 - 1 = \frac{1}{(R_p C)^2} \frac{1}{\omega^2} \quad (27)$$

Podobnie jak we wcześniej rozpatrywanym układzie RL, tak i w przypadku układu RC

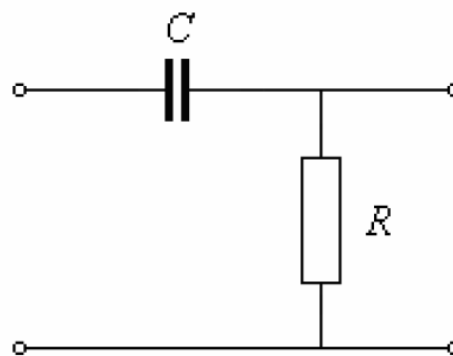
wykorzystanie równań (24) i (27) pozwala na wyznaczenie wartości pojemności kondensatora C , jeżeli znane są zależności częstotliwościowe przesunięcia fazowego $\tan(\varphi)$ oraz stosunku napięć U_m/U_R .

Pasywne filtry RC

Szeregowy układ RC pozwala na realizację najprostszych filtrów pasywnych. W zależności od tego czy napięcie odczytywane jest na kondensatorze lub oporniku, układ elektroniczny tworzy odpowiednio filtr dolno- i górno-przepustowy.



Rysunek 6a. Filtr dolno-przepustowy



Rysunek 6b. Filtr górno-przepustowy

Jak wynika z równania (7) reaktancja kondensatora jest duża dla niskich częstotliwości i mała dla wysokich. Kondensator dobrze przewodzi sygnały szybkoszienne a źle sygnały wolnozienne. W układzie przedstawionym na rys. 6a kondensator C zwiera składowe o dużych częstościach. Na rys.6b kondensator C nie przenosi składowych o małych częstościach. Częstotliwościową charakterystykę amplitudową opisać można stosując zapis wskazowy przebiegów przemiennych (rys.5b). W zapisie wskazowym pojemność C jest równoważna „oporności” urojonej $1/jX_C$, gdzie j jest jedyneką urojoną a X_C reaktancją kondensatora (równanie 7). Oba filtry można traktować jako dzielniki napięć zespolonych. Funkcja przenoszenia dla filtru dolnoprzepustowego zapisana w postaci zespolonej jest równa

$$\frac{U_c}{U} = \frac{X_c}{R + X_c} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega C} \quad (28)$$

Obliczając moduł otrzymanej funkcji przenoszenia otrzymujemy charakterystykę amplitudową filtru dolnoprzepustowego

$$\left\| \frac{U_c}{U} \right\| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_g}\right)^2}} \quad (29)$$

gdzie wyrażenie ωRC przekształcono w iloraz f/f_g wprowadzając wielkość

$$f_g = \frac{1}{2\pi RC} \quad (30)$$

jest częstotliwością graniczną pasma przenoszenia filtru. Gdy $f = f_g$ otrzymujemy

$$U_c/U = 1/\sqrt{2} \quad (31)$$

co oznacza, że dla częstotliwości granicznej poziom charakterystyki amplitudowej opada o 3dB. Pasma przenoszenia filtrów elektronicznych zdefiniowane jest jako zakres częstotliwości, w którym charakterystyka amplitudowa maleje nie więcej niż $\sqrt{2}$ razy. Dla filtra górno-przepustowego funkcja przenoszenia jest równa

$$\frac{U_R}{U} = \frac{R}{R + X_C} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} \quad (32)$$

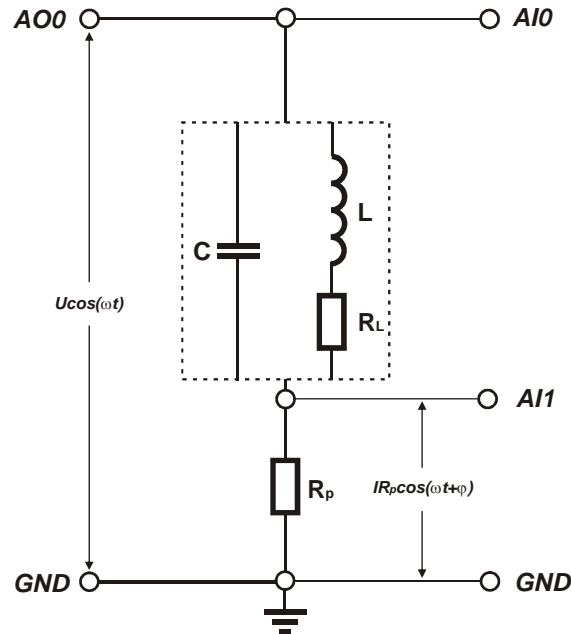
Prowadzi to do zależności na charakterystykę amplitudową dla filtra górno-przepustowego w postaci

$$\left\| \frac{U_R}{U} \right\| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f_g}{f}\right)^2}} \quad (33)$$

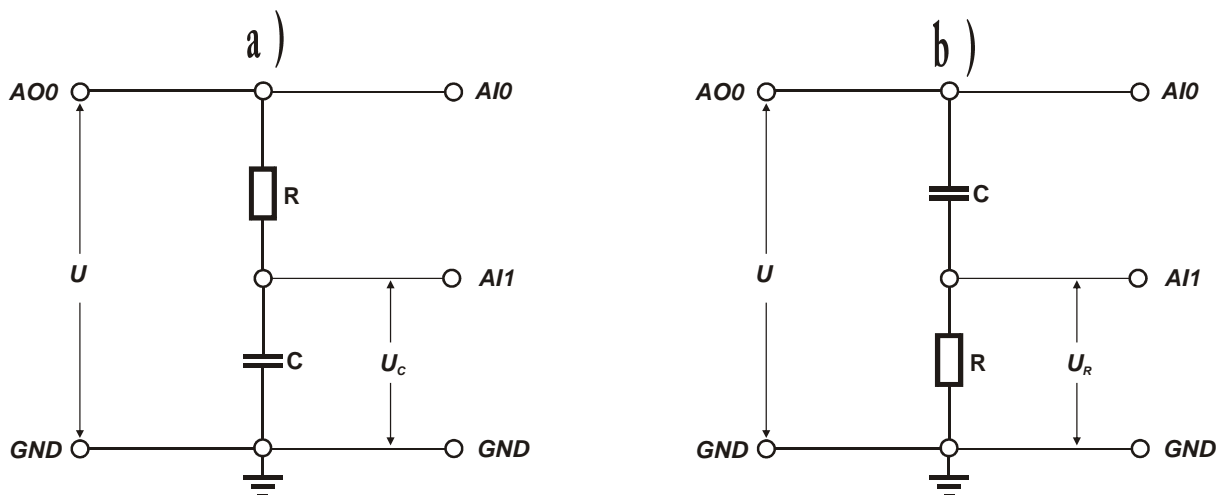
2. Przygotowanie aparatury

Za generację i rejestrację sygnałów odpowiedzialna jest wielofunkcyjna karta pomiarowa NI-PCI6014. Karta posiada 16 konfigurowalnych przetworników cyfrowo-analogowych (D/A) służących do generacji sygnału analogowego, oraz dwa przetworniki analogowo-cyfrowe (A/D) służące do rejestracji takich sygnałów. Parametry czasowe przetworników D/A umożliwiają generację sygnału z częstotliwością próbkowania 20000

próbek/sekundę i dokładnością 16 bitów. Są to parametry pozwalające z zadowalającą dokładnością wykonać pomiary charakterystyk częstotliwościowych w zakresie od 1 – 5000Hz.



Rysunek 7. Schemat połączeń do pomiarów pojemności kondensatora lub indukcyjności cewki



Rysunek 8. Schemat połączeń do pomiarów pasywnych filtrów a) dolno- i b) górno-przpastowych

Źródłem napięcia przemiennego doprowadzanego do badanego układu jest kanał D/A karty pomiarowej (AO0). Dwa inne kanały karty (AI0 i AI1) wykorzystane są do rejestracji napięcia na zaciskach źródła oraz spadku napięcia na oporniku pomiarowym.

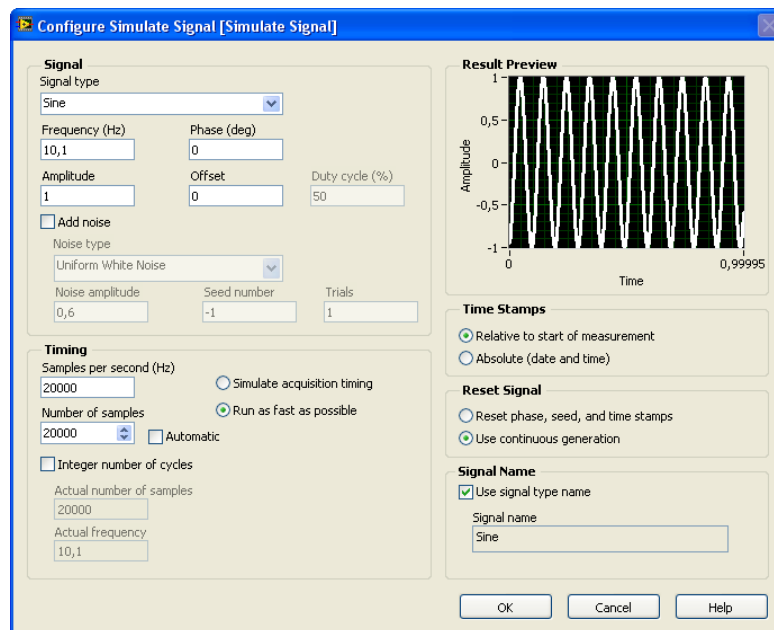
Łączymy układ zgodnie ze schematem przedstawionym na rysunku 7. Układ składa się z połączonych w szereg: opornika pomiarowego R_p , oraz w zależności od badanego układu, cewki L lub kondensatora C . Opornik pomiarowy służy do pomiaru spadku napięcia, które zgodnie z równaniem (17) proporcjonalne jest do płynącego w układzie prądu.

Rys. 8 przedstawia schemat połączeń szeregowego układu RC stosowanego jako filtr dolno- i górno-przpuustowy.

3. Zadania do wykonania

1. Zadanie polegać będzie na zbadaniu odpowiedzi układu elektronicznego na zasilenie napięciem przemiennym. Zaczniij od zasymulowania przebiegu sinusoidalnego używając pętli *WHILE* z funkcją „*Simulate Signal*”

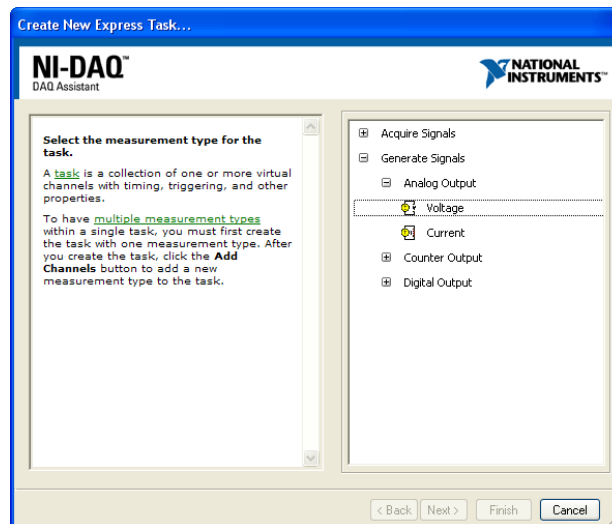
- a) Skonfigurować sygnał symulowany



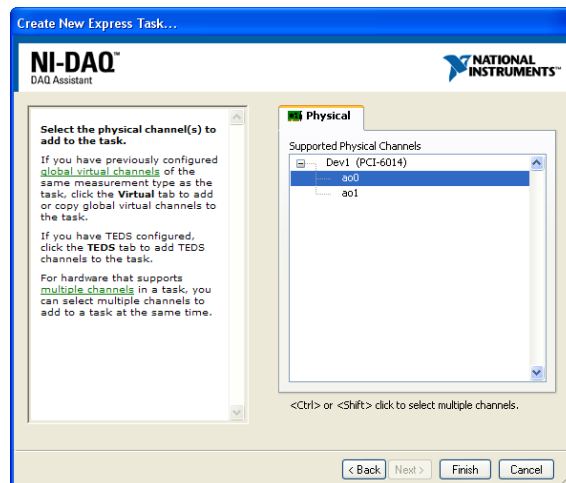
Wartości „Samples per second” max 20kS/s (takie parametry posiada karta pomiarowa NI-6014)

2. Symulowany sygnał trafi do funkcji „*DAQ Assistant*” która po odpowiedniej konfiguracji umożliwi wysłanie sygnału na wyjście analogowe karty pomiarowej

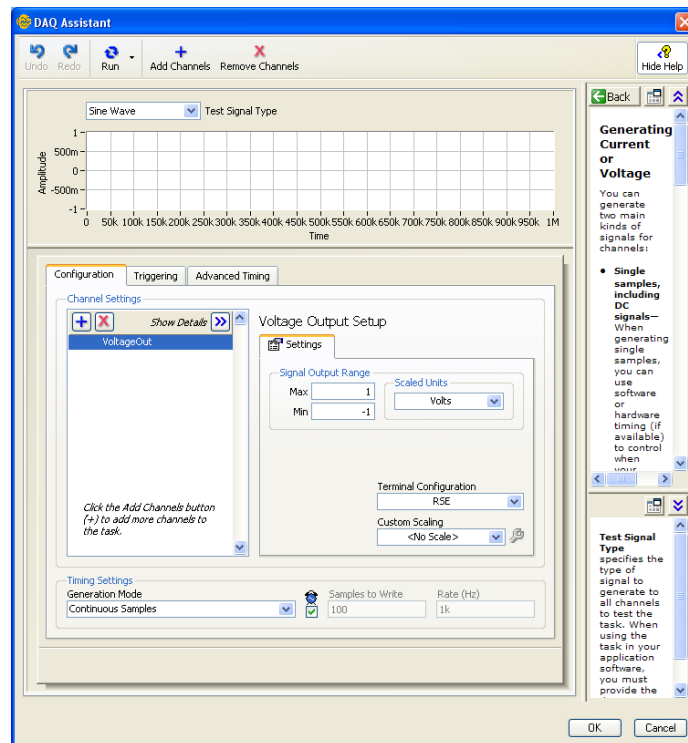
- a) Generacja analogowego sygnału napięciowego



b) Fizyczny kanał AO0



c) Zmienić „signal output range” na max/min: -1/1Volts. Generation mode:
Continuous Samples

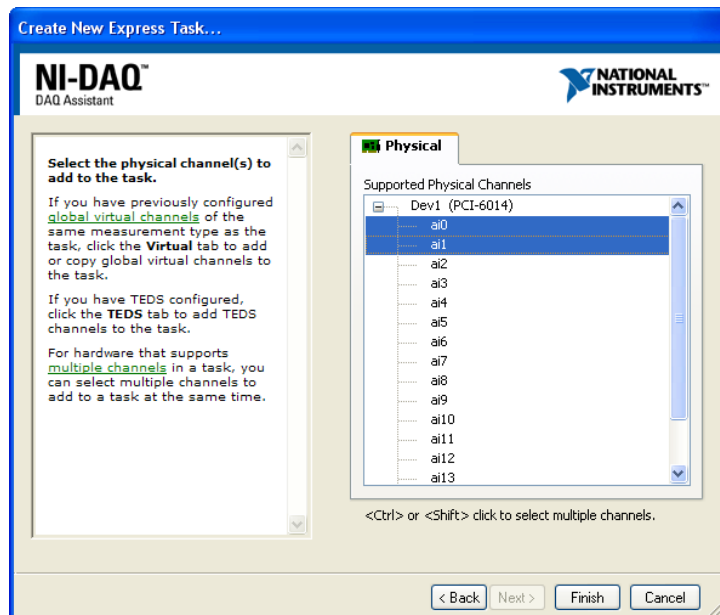


1. Sprawdzić na oscyloskopie analogowym generowany sygnał.
2. W tej samej pętli *WHILE* umieścić kolejny *DAQ Assistant*. Skonfigurować w celu zbadania odpowiedzi układu elektronicznego. Szczytać sygnały analogowe z dwóch kanałów fizycznych

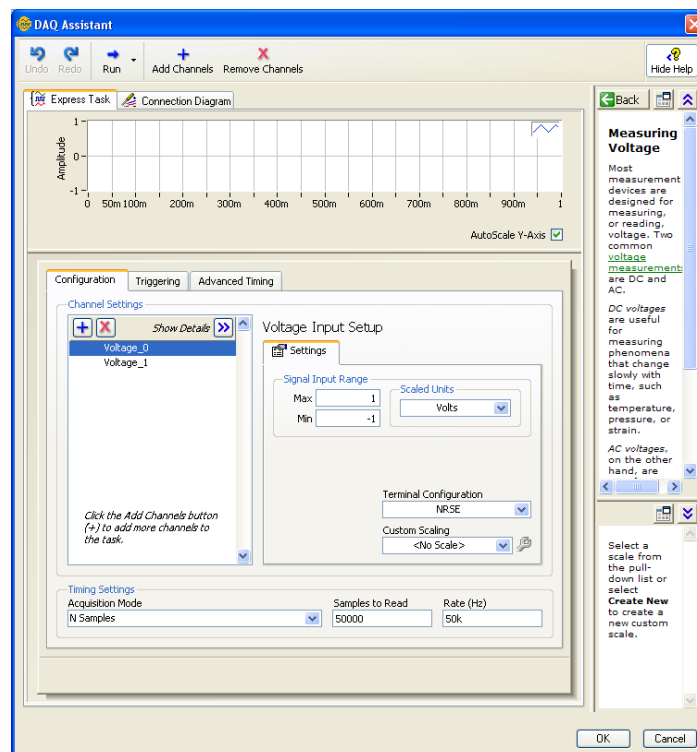
a) Rejestracja analogowego sygnału napięciowego



b) Wybrać dwa kanały (wskazać trzymając przycisk CTRL), np. AI0 i AI1



c) Ustalić „Signal input range” na ± 1 V; Acquisition mode: N-Samples; Rate: 50kS/s; Samples to Read 50k



1. Zmontować badany układ elektroniczny: szeregowy układ RC (lub RL) – rys.7; Filtr RC – rys.8. Zasilić go generowanym sygnałem sinusoidalnym z kanału AO0.
2. Napięcie zasilania, U , czytywać na kanale AI0. Spadek napięcia na oporniku, U_R (lub kondensatorze U_C), czytywać na kanale AI1
3. Zasilić układ i odczytać rejestrowane sygnały czasowe na *WaveForm Graph*. Sprawdzić

zmiany w przebiegach podczas zmian częstotliwości napięcia zasilającego.

- Przedstawić rejestrowane przebiegi napięcia i prądu na płaszczyźnie XY w postaci figur Lissajoux
- Napisać funkcję (SubVI) mierzącą stosunek napięć U_R/U oraz tangens przesunięcia fazowego między prądem a napięciem $\tan(\varphi)$. Użyj funkcji „*Extract single tone information.vi*” na każdym z kanałów aby zmierzyć amplitudy i fazy poszczególnych sygnałów napięciowych. Funkcja „*Extract...*” mierzy fazy w stopniach, zatem:

$$\tan(\varphi) = \tan\left(\frac{\pi}{180}(\varphi - \varphi_R)\right)$$

- Aby wyznaczyć pojemność kondensatora C (lub indukcyjność cewki L) zarejestruj przebiegi częstotliwościowe U_R/U oraz $\tan(\varphi)$. Zlinearyzuj przebiegi wykorzystując odpowiednie zależności teoretyczne (równania 15, 24, 19, 27). Znając wartość oporu R wyznaczyć interesującą wielkość C lub L wykorzystując metodę regresji liniowej.
- Badając filtry RC, dla danej pary opornik/kondensator wykonaj pomiary charakterystyk transmisji filtra górno- i dolno-przepustowego ($U_R/U(f)$ i $U_C/U(f)$). Przedstaw uzyskaną zależność w skali dwulogarymicznej. Oszacuj częstotliwość graniczną (f_g). Porównać otrzymaną wartość z charakterystyczną stałą czasową filtra obliczoną z wzoru (30). Nanieś na zależności zmierzone przebiegi teoretyczne obliczone z równań (29) i (33).

Zasady przygotowania raportu

1. Opisz krótko badane zjawisko, problem, podając niezbędne równania.
2. Podaj cele ćwiczenia.
3. W punktach pokaż realizację poszczególnych elementów ćwiczenia. W przypadku programu pokaż jego panel frontowy i diagram blokowy (lub chociaż najważniejszą jego część) oraz omów krótko najistotniejsze punkty programu wraz z ewentualnymi trudnościami napotkanymi w ich realizacji.
4. Wyniki pomiarów przedstawiaj w sposób umożliwiający ich łatwą ocenę:
 - a) pojedyncze wyniki w postaci wyróżnionych liczb (pogrubienie, większy rozmiar czcionki itp),
 - b) serie kilku(nastu) wyników przedstawiaj w postaci tabel lub list. Tam gdzie to wskazane, pokaż je też na wykresie.
 - c) Długie serie pomiarowe obejmujące więcej punktów zawsze prezentuj na wykresach. Osie wykresów opisane, z jednostkami. W przypadku zamieszczania kilku przebiegów na jednym wykresie konieczna jest legenda lub opis pod wykresem.
5. Jeśli to konieczne, przedyskutuj poszczególne wyniki.
6. Napisz krótkie Podsumowanie/Wnioski zawierające streszczenie swoich dokonań (najlepiej w punktach) i ewentualne uwagi na temat ćwiczenia.
7. Struktura raportu
 - a) Raport musi zawierać numer i tytuł ćwiczenia, datę wykonania, datę sporządzenia raportu, nazwisko studenta (pary studentów), nazwisko prowadzącego. Najlepiej w nagłówku. Tabelka nie jest obowiązkowa, choć ułatwia życie. W przypadku programów, elementem raportu są kody programów i pliki z wynikami. W raporcie powinna znaleźć się informacja o nazwie folderu zawierającego te dane.
 - b) poszczególne części raportu powinny być wyraźnie wydzielone. Tytuły części piszemy pismem pogrubionym, części mogą (nie muszą) być ponumerowane.
 - c) Wszystkie wzory powinny być ponumerowane (z prawej strony).
 - d) Wszystkie tabelki powinny mieć swój numer i podpis. Dla tabel podpis zawsze NAD TABELĄ.
 - e) Wszystkie rysunki powinny mieć swój numer i podpis. Dla rysunków numer i podpis zawsze POD RYSUNKIEM. Przez rysunki rozumiemy wszystkie obiekty graficzne (zrzuty ekranów, zdjęcia, wykresy, schematy, itp).
 - f) do równań, tabel, rysunków odwołujemy się poprzez podanie numeru (unikamy

takich sformułowań jak „powyższy”, „poniższy”, „na poprzedniej stronie”, „pierwszy”, „ostatni” itp.).

