

E103. Badanie prawa indukcji Faraday'a

Cele doświadczenia: Obserwacja zjawiska indukowania siły elektromotorycznej (SEM) w cewkach przez spadający swobodnie stały magnes. Pomiar zależności indukowanego napięcia od prędkości ruchu magnesu (v) w kolejnych cewkach, $SEM(v)$. Wyznaczenie wielkości strumienia indukcji magnetycznej ($\Phi(N)$ i $\Phi(S)$) indukującego napięcie w cewkach pomiarowych. Określenie odległości wzajemnej umownych biegunów magnesu o kształcie walca (d).

Przyrządy: Zestaw komputerowy z kartą pomiarową, oprogramowaniem działającym w środowisku LabView, oraz oprogramowaniem przeznaczonym do prostych obliczeń statystycznych (np. MS Excel). Magnes stały, układ cewek i przedwzmacniacz.

Zagadnienia: Prawo indukcji elektromotorycznej, pole magnesów stałych, spadek swobodny ciał.

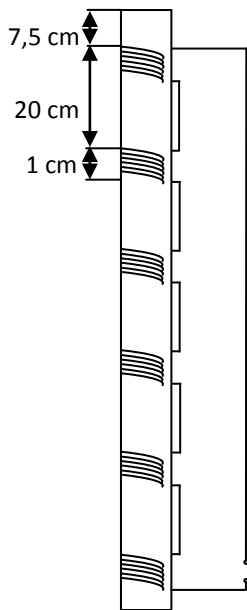
Wymagane umiejętności: Wykonanie prostych obliczeń statystycznych z użyciem wybranego przez siebie oprogramowania.

1. Wprowadzenie



Zjawisko indukcji elektromagnetycznej było przełomowym wydarzeniem w dziedzinie nauki o elektryczności i magnetyzmie na początku XIX w. Po odkryciach związanych z elektrycznością (Galvani, Volta) i powszechnie znanych obserwacjach własności magnesów trwałych udało się wykazać związek elektryczności z magnetyzmem na przykładzie elektromagnesu (Ampere). Wyzwaniem stało się uzyskanie efektu odwrotnego – źródła napięcia elektrycznego z magnesu trwałego. Wyzwania tego podjął się najzdolniejszy eksperymentator ówczesnych czasów, Michael Faraday. Dziś trudno uwierzyć, że badania te zajęły kilka lat życia tego genialnego uczonego – samouka. Początkowo efekt przyniosły próby z elektromagnesem, podczas których zaobserwował, że napięcie w obwodzie „wtórnym” pojawia się tylko przy włączaniu i wyłączaniu obwodu elektromagnesu. Dalsze obserwacje już ponownie z użyciem magnesów stałych doprowadziły go do dobrze dziś znanych wniosków, że indukowane napięcie zależy od szybkości zmian pola magnetycznego obejmowanego przez obwód elektryczny.

2. Aparatura



Zestaw ćwiczeniowy (Rys. 1) składa się z plastikowej rurki o długości 1.15 m. Rurka ustawiona jest pionowo. W odległości 0.075 m od górnego jej końca znajduje się pierwsza cewka pomiarowa. Następne cewki (razem jest ich 6) nawinięte są co 20 cm. Każda cewka ma 1 cm długości, średnicę wewnętrzną 1.4 cm, a zewnętrzną 1.6 cm. Cewki są równe i składają się z 17 zwojów drutu miedzianego o przekroju równym 0.5 mm. Są one połączone szeregowo i zwarte przez kondensator o pojemności 22 nF. Stały magnes o długości 32 mm i średnicy 8 mm spada swobodnie. Napięcia indukowane w cewkach są wzmacniane w przedwzmacniaczu, następnie przekazywane na jeden z kanałów konsoli pomiarowej, na koniec przekazywane na wejście karty pomiarowej zainstalowanej w komputerze. Sygnał z karty rejestrowany jest, a następnie analizowany z użyciem programu „Badanie Prawa Indukcji

Rysunek 1. Układ pomiarowy „Badanie Prawa Indukcji Faradaya” dostępnego z pulpitu systemowego komputera.

3. Wstęp teoretyczny

Zjawisko indukcji elektromagnetycznej Faraday'a polega na tym, że w obwodzie elektrycznym znajdującym się w zmiennym polu magnetycznym powstaje siła elektromotoryczna E , nazywana siłą elektromotoryczną indukcji (SEM):

$$E = - \frac{d\phi}{dt}, \quad (1)$$

gdzie ϕ oznacza strumień indukcji elektromagnetycznej. Znak „-” wyraża regułę Lenza ustalającą kierunek indukowanego prądu tak, aby efekty jego działania przeciwstawiały się przyczynie jego powstania. W prosty sposób można zaobserwować to zjawisko przesuując stały magnes w obszarze obejmowanym przez zamknięty obwód elektryczny z miernikiem (np. miliwoltomierzem). W naszym doświadczeniu stosujemy układ połączonych szeregowo cewek. Dla każdej z cewek zestawu pomiarowego prawo Faraday'a można zapisać w postaci:

$$E = -N \frac{d\phi}{dt}, \quad (2)$$

gdzie N oznacza liczbę zwojów cewki. Strumień magnetyczny ϕ pola magnetycznego o indukcji B pochodzącego od bieguna magnesu oddalonego o odległość l od cewki, przechodzącego przez daną powierzchnię A wyraża się całką:

$$\phi(l) = \int \vec{B}(l) \cdot d\vec{A}. \quad (3)$$

Przy zastosowaniu układu współrzędnych biegunowych, ze względu na geometrię układu, wzór na wielkość strumienia indukcji magnetycznej ma postać:

$$\phi(l) = \int_0^R B_z(l) 2\pi r dr, \quad (4)$$

gdzie R oznacza promień cewki. Wartość $B_z(l)$ to składowa indukcji magnetycznej w kierunku osi cewki mierzona dla magnesu znajdującego się w odległości l od cewki. W przypadku spadającego w tym kierunku magnesu wartość B_z zmienia się w cewce wraz z położeniem magnesu co można przedstawić zależnością:

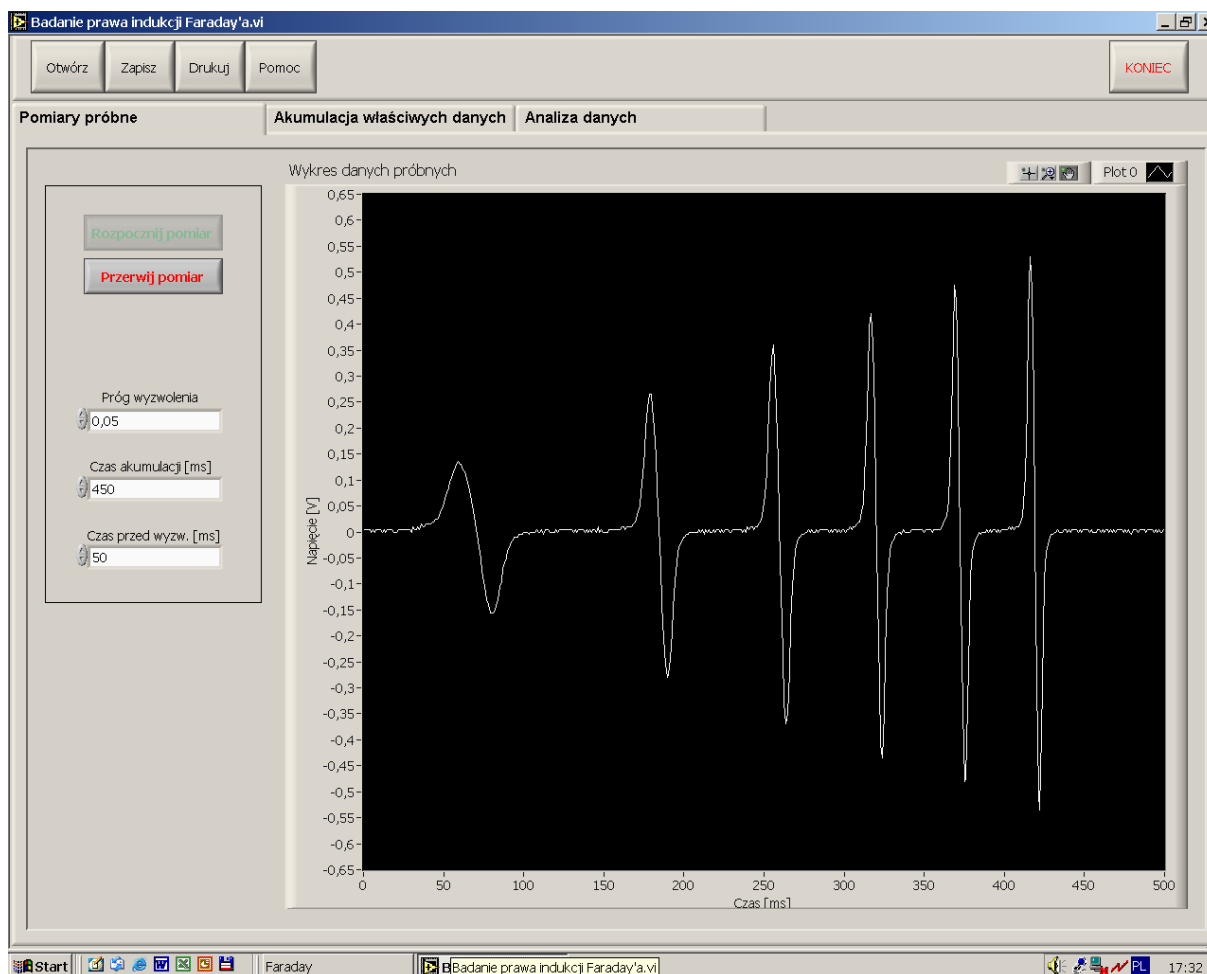
$$\frac{dB_z(l)}{dt} = \frac{dB_z(l)}{dz} \frac{dz(l)}{dt}, \quad (5)$$

Pochodna $\frac{dz(l)}{dt}$ to prędkość magnesu, $v(l)$. Podstawiając (4) do (2), a następnie korzystając z (5), ze względu na niezależność z od r otrzymamy:

$$E(l) = -Nv(l) \int_0^R \frac{dB_z(l)}{dz} 2\pi r dr. \quad (6)$$

Zauważmy, że całka w równaniu (6) jest stała dla danej odległości l dzielącej cewkę od bieguna magnesu. Zatem E mierzone w chwilach gdy biegun magnesu oddalony jest od kolejnych cewek o odległość l , będzie zależało wyłącznie od chwilowej prędkości magnesu i liczby zwojów cewki. Ze względu na stałą liczbę zwojów w cewkach, zależność ta będzie liniową zależnością $E(v)$. Jednym z podstawowych celów tego doświadczenia jest wykazanie

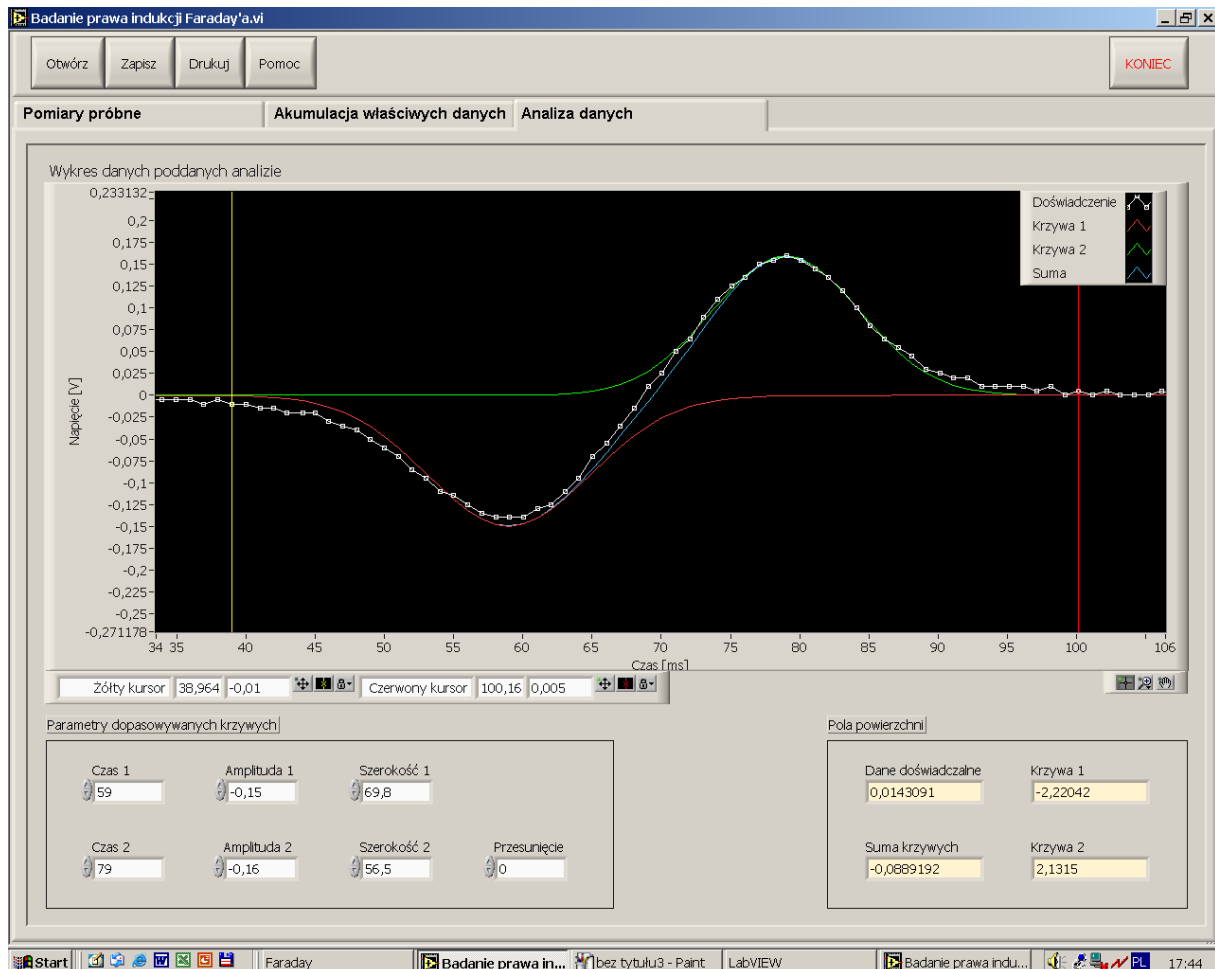
tej zależności. Kolejnym celem jest określenie odległości dzielącej dwa umowne bieguny używanego magnesu. Magnes przechodząc przez kolejne cewki indukuje w nich siłę elektromotoryczną, której zależność od czasu zobrazowano na rysunku 2. Gdy dolny biegun magnesu wnika w cewkę, wzrasta natężenie pola magnetycznego jakie ją przenika toteż wzrasta wartość E indukowanej w cewce. Ponieważ bieguny magnesu są od siebie oddalone zatem wysuwaniu się dolnego bieguna z cewki towarzyszy spadek SEM. Następnie jednak wnika górny, przeciwny biegun magnesu co indukuje E jednak o przeciwnym znaku. Na koniec magnes opuszcza całkowicie daną cewkę i siła elektromotoryczna w niej indukowana zanika całkowicie. Magnes spada zbliżając się do kolejnej cewki. Cały proces się powtarza.



Rysunek 2. Przykładowy przebieg SEM zaobserwowany w opisywanym układzie eksperymentalnym.

Niewielka zazwyczaj odległość dzieląca bieguny magnesu sprawia, że wpływy w SEM pochodzące od nich sumują się i częściowo znoszą. Ilustruje to rysunek 3. Do punktów eksperymentalnych zobrazowanych białymi kwadratami (połączonymi białą linią) dopasowano (ręcznie czyli nie korzystając z żadnej automatycznej metody aproksymacji) niebieską krzywą. Krzywa ta jest sumą dwóch krzywych Gaussa, zielonej i czerwonej, które

dobrano tak, aby niebieska krzywa maksymalnie dobrze leżała na punktach pomiarowych. Jak widać, krzywe zielona i czerwona odbiegają od danych doświadczalnych (o odpowiednim znaku), zwłaszcza w obszarze znoszenia się pól magnetycznych obu biegunów (czyli w środku pomiędzy oboma sygnałami).



Różne mogą być również położenia czasowe wartości ekstremalnych obu sygnałów, w zależności od tego czy uznamy za właściwe wartości doświadczalne czy ekstrema dopasowanych krzywych. Położenia te mają tymczasem duże znaczenie przy wyznaczaniu odległości dzielącej oba bieguny magnesu. Zakładając dla uproszczenia, że prędkości przejścia obu biegunów przez daną cewkę są identyczne, odległość d dzielącą oba bieguny magnesu można obliczyć jako

$$d = v \cdot \Delta t \quad (7)$$

gdzie v to prędkość magnesu w chwili przechodzenia przez cewkę, a Δt to odstęp czasu dzielący maksimum i minimum sygnału $E(t)$ dla danej cewki. Prędkość v możemy

wyznaczyć korzystając ze znanych wzorów na drogę z i prędkość w przypadku spadku swobodnego:

$$v = \sqrt{2gz}, \quad (8)$$

gdzie g to przyspieszenie ziemskie. Możliwe jest również określenie chwili początkowej ruchu magnesu na podstawie danych doświadczalnych. W tym celu należy ekstrapolować maksima i minima sygnałów dla poszczególnych cewek do zerowej wartości $E(t)$. Uzyskana w ten sposób wartość czasu pozwala na precyzyjne określenie czasu potrzebnego danemu biegunowi na przebycie wybranej cewki. Korzystając z dobrze znanego wzoru na prędkość w spadku swobodnym można dokładnie wyznaczyć prędkości poszczególnych biegunów w wybranych chwilach ruchu. Górny biegun magnesu musi w czasie Δt opaść o odległość d . Znając wyrażenie na drogę w ruchu przyspieszonym z prędkością początkową, oraz wartość prędkości dolnego bieguna w chwili gdy mijał on daną cewkę (a zatem i górnego bieguna w chwili gdy był on w odległości d od środka cewki), można określić wartość d nie zakładając takiej samej prędkości obu biegunów. Porównanie uzyskanych wartości d pozwala na określenie zasadności wspomnianego założenia.

4. Pomiary

Pomiary są wykonywane za pomocą oprogramowania, którego przykładowe obrazy przedstawiają rysunku 2 i 3. Widoczna na rysunku 2 zakładka „Pomiary próbne” służy do zapoznania się z doświadczeniem i parametrami jakie decydują o jego przebiegu. Widoczne pola edycyjne pozwalają na wprowadzenie wartości progu wzbudzenia, czasu akumulacji danych po wzbudzeniu oraz zakresu czasu jaki ma zostać przedstawiony na wykresie przed wzbudzeniem. Pomiar można uruchomić naciskając myszką przycisk „Rozpocznij pomiar”. Jeżeli niemożliwe jest uzyskanie prawidłowych przebiegów $E(t)$, (rys. 2), należy spróbować zmienić wzmocnienie sygnału w przedwzmacniaczu, uaktywnić automatyczne skalowanie wykresu naciskając prawy przycisk myszy na brzegach wykresu i zaznaczając w menu kontekstowym opcje „AutoScale X” lub „AutoScale Y”. Należy również spróbować zmieniać wartość progu wyzwolenia i obu zakresów czasowych.

Po wstępnym uzyskaniu właściwego przebiegu $E(t)$ należy przejść do zakładki „Akumulacja właściwych danych”. Ta część programu różni się od poprzedniej możliwością ręcznego wyzwolenia pomiaru (przez naciśnięcie klawisza „spacji”) i wyświetlania na wykresie do 5 przebiegów $E(t)$. Obie opcje uaktywnia się przełączając odpowiednio nazwane

przełączniki. Możliwe jest również wybranie pojedynczego przebiegu, który chcemy obejrzeć na wykresie. Aby ułatwić porównywanie przebiegów należy zawsze opuszczać magnes tym samym biegunem skierowanym w dół. Jeśli pojawią się różnice w przebiegach $E(t)$ należy je wyjaśnić, a do dalszej analizy wybrać w następnej zakładce przebieg, który uzna się za najodpowiedniejszy. Wybór należy uzasadnić. Wykres zaopatrzony jest w kursor, którego wskazanie wartości czasu można odczytać. Możliwe jest również powiększenie wybranego obszaru wykresu za pomocą myszy (przycisk lupy w prawym rogu wykresu).

Należy przejść do zakładki „Analiza danych” i wybrać właściwy przebieg. Korzystając z pól edycyjnych zlokalizowanych w lewym dolnym rogu ekranu możemy modyfikować wartości czasów dla których występują ekstrema dopasowywanych krzywych Gaussa (czerwonej i zielonej), ich amplitud, szerokości oraz przesunięcia ich sumy względem wartości $E = 0$ (w pionie). Wykres jest zaopatrzony w dwa kursory (żółty i czerwony), których wartości położeń i odpowiadające im wartości sygnału doświadczalnego są przedstawione pod wykresem. Zmiana położeń kursorów zmienia zakres, w którym całkowana jest powierzchnia pod poszczególnymi krzywymi. Wynik całkowania jest przedstawiany w sposób interaktywny w prawym rogu ekranu.

5. Cele analizy

A. *Potwierdzenie wprost proporcjonalnej zależności $SEM(v)$.* Korzystając z kursora należy odczytać wartości $E(t)$ maksimów i minimów sygnału i odpowiadające im chwile czasu. Jeżeli nie znamy chwili początkowej ruchu należy ją wyznaczyć tak jak wyżej opisano, korzystając z dodatkowego oprogramowania statystycznego. Dla zależności wartości maksimów E od czasu należy przeprowadzić regresję liniową i określić czas „zerowy” dla jakiego $E = 0$. Wartości czasu dla jakich wystąpiły maksima należy skorygować o uzyskany czas „zerowy” i przeliczyć je na wartości prędkości v , zgodnie ze wzorem na prędkość w spadku swobodnym. Następnie należy wykreślić zależność $E(v)$ i potwierdzić lub zaprzeczyć jej liniowości. Podobnie należy postąpić w przypadku minimów sygnał. Jeżeli użyto wyzwalań ręcznego można założyć, że ruch rozpoczynał się w tej samej chwili co pomiar, jednak pod warunkiem jednoczesnego puszczenia magnesu i uruchomienia pomiaru. Należy być również świadomym większego błędu jaki wnosi taka metoda w otrzymane wartości.

B. *Wyznaczenie całkowitego strumienia indukcji magnetycznej, $\Phi(N)$ i $\Phi(S)$.* Ze względu na naturę całkowania, wynik ten jest określony z dokładnością do stałej. Korzystając z kursorów i wskazań w zakładce „Analiza danych” należy określić pola pod dodatnimi i ujemnymi

częściami przebiegu $E(t)$ dla kolejnych cewek. Następnie należy uśrednić uzyskane wartości i porównać te uzyskane dla danych doświadczalnych i dla dopasowanych krzywych Gaussa. Ponieważ mierzona wartość $E(t)$ jest sumą sygnałów pochodzących z poszczególnych zwojów, w przybliżeniu strumień przechodzący przez pojedynczy zwoj będzie N – tą częścią obliczonej wartości.

C. *Obliczenie prędkości biegunów magnesu (górnego i dolnego)*. Prędkości poszczególnych biegunów, górnego - v_g i dolnego - v_d , mogą zostać wyznaczone z relacji:

$$v_g = \sqrt{2g\left(z + \frac{d}{2}\right)} \quad \text{i} \quad v_g = \sqrt{2g\left(z - \frac{d}{2}\right)}. \quad (9)$$

Uzyskane wartości należy porównać z uzyskanymi w pierwszym punkcie A.

D. *Obliczenie odległości pomiędzy biegunami magnesu*. Korzystając z opisu równań (7) i (8) należy wyznaczyć wartość d . Jeżeli została ona określona wieloma metodami należy wyjaśnić ewentualne różnice w uzyskanych wartościach.

E. Porównaj kształt (szerokość i wysokość) $E(t)$ dla bieguna górnego i dolnego dla kolejnych cewek. Wyjaśnij ewentualne różnice lub ich brak.

6. Wskazówki dodatkowe

Przeprowadzający ćwiczenie może chcieć skopiować obraz wykresu do schowka systemowego, by następnie wkleić go do innej aplikacji (np. MS Word). LabView pozwala skopiować pełen „normalny” obraz wykresu za pomocą polecenia „Copy Data” dostępnego w menu kontekstowym wyświetlanym po naciśnięciu prawego klawisza myszy na wykresie. Wykres często ma jednak czarne tło, co z punktu widzenia wydruku jest niekorzystne, toteż istnieje inne polecenie, „Export Simplified Image”, które pozwala na zapis w schowku („Save to clipboard”) uproszczonej postaci wykresu z białym tłem. Polecenie to jest dostępne z tego samego menu kontekstowego.